Efeito Zeeman normal

ESPECTROSCOPIA COM ETALON FABRY-PÉROT

- **Medição de anéis de interferência de etalon Fabry-Pérot relacionados com campo magnético externo.**
- **Determinando o magnéton de Bohr**

UE5020700-2

07/18 UD

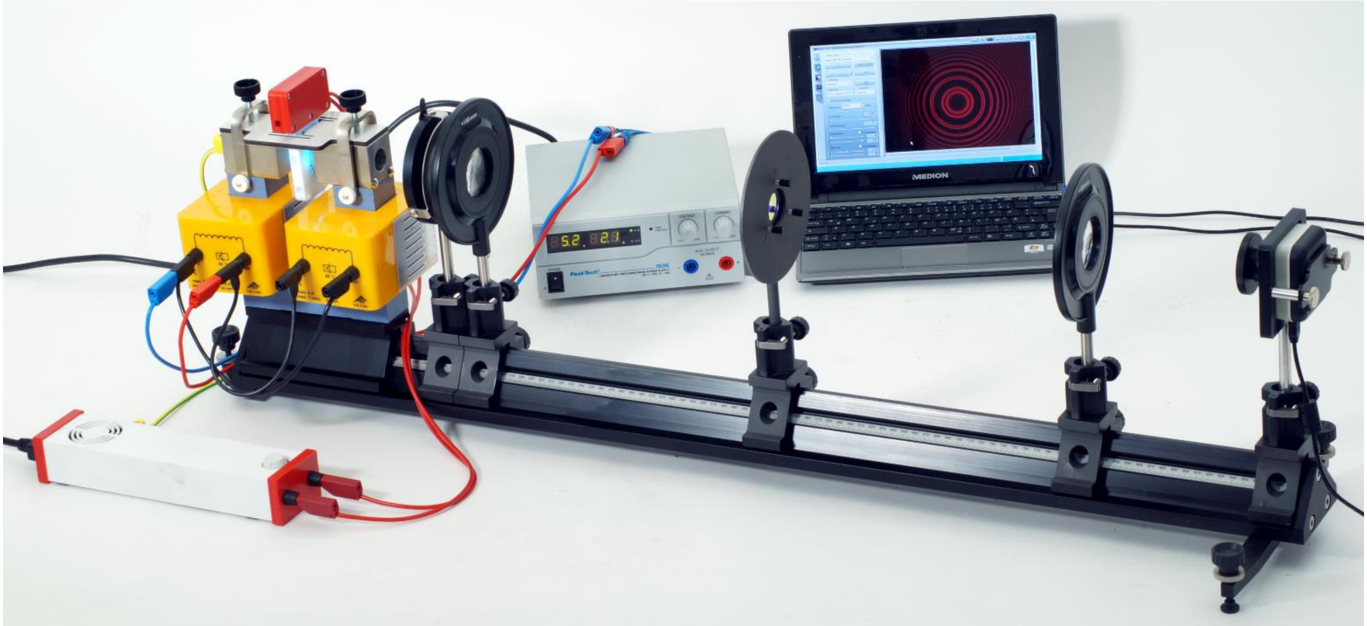

Fig. 1: Disposição de medição para o efeito Zeeman longitudinal

FUNDAMENTOS

O efeito Zeeman refere-se à separação dos níveis de energia atômica ou das linhas espectrais devido à ação de um campo magnético externo. Seu nome advém de P. Zeeman, o cientista que o descobriu em 1896, e ele foi classicamente explicado por H. A. Lorentz por meio da força Lorentz que o campo magnético exerce sobre um elétron que orbita o núcleo. Neste chamado efeito Zeeman "normal", a linha espectral se divide em uma dupla de linhas (efeito Zeeman longitudinal) paralela ao campo magnético e um trio de linhas (efeito Zeeman transversal) perpendicular ao campo magnético. O termo efeito Zeeman "anômalo" refere-se a fenômenos mais complexos de separação que permaneceram inexplicados até que Goudsmit e Uhlenbeck postularam a existência do spin dos elétrons em 1925. Mecanicamente quântico, o efeito anômalo de Zeeman relaciona-se com a interação do campo magnético com o momento magnético da casca do elétron gerado pelo momento angular orbital e pelo spin dos elétrons. Neste aspecto, o efeito Zeeman anômalo representa o caso normal e o efeito Zeeman normal representa um caso especial.

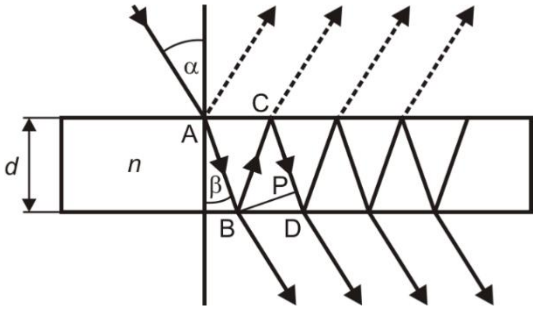

Fig. 2: Caminho do feixe no etalon Fabry-Pérot

Para uma descrição do efeito Zeeman normal, vide o manual de instruções para a primeira parte da experiência (UE5020700-1).

Esta segunda parte da experiência foca na espectroscopia com um etalon Fabry-Pérot. O etalon Fabry-Pérot é instalado mais acima com ótica de imagem da câmera digital usada para observar o fenômeno de separação Zeeman. Conforme passa pelo etalon Fabry-Pérot, a luz da lâmpada de cádmio cria anéis de interferência que se separam como as linhas espectrais de acordo com o campo magnético externo e são registradas pela ótica da câmera digital. Os eletroímãs podem ser girados sobre seus eixos para permitir a observação paralela ou perpendicular ao campo magnético externo.

Um etalon Fabry-Pérot é um ressoador ótico que compreende uma placa de quartzo com acabamento espelhado de alta reflexão, semi-prateado em ambos os lados (Fig. 2). Neste caso, etalon é projetado para satisfazer as condições de ressonância para o comprimento de onda λ = 643.8 nm da linha vermelha de CD. Neste âmbito, o etalon também age como filtro ótico. A densidade *d*, o índice de refração *n* e o coeficiente de reflexão *R* do etalon são:

$$d = 4\,\text{mm}$$
$$n = 1{,}4567$$
$$R = 0{,}85 \tag{1}$$

No etalon, um feixe incidente de luz é refletido múltiplas vezes. Os feixes de luz transmitidos em cada reflexão interferem uns nos outros. A diferença de curso Δs entre feixes de luz adjacentes transmitidos, ou seja, os feixes de luz emitidos nos pontos B e D na Fig. 2 é:

$$\Delta s = n \cdot \left(\overline{\text{BC}} + \overline{\text{CP}}\right) \tag{2}$$.

Dado

$$\overline{\text{CP}} = \overline{\text{BC}} \cdot \cos\left(2 \cdot \beta\right) \tag{3}$$,

$$d = \overline{\text{BC}} \cdot \cos\left(\beta\right) \tag{4}$$,

Lei de refração de Snell ($n_{\text{air}} \approx 1$)

$$\sin\left(\alpha\right) = n \cdot \sin\left(\beta\right) \tag{5}$$

e os teoremas de adição

$$\cos\left(\beta\right) = \sqrt{1 - \sin^2\left(\beta\right)}$$
$$\cos\left(2 \cdot \beta\right) = 1 - 2 \cdot \sin^2\left(\beta\right) \tag{6}$$

a diferença de curso é

$$\Delta s = 2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2\left(\alpha\right)} = 2 \cdot d \cdot n \cdot \cos\left(\beta\right) \tag{7}$$

e daí a condição para a existência de picos de interferência é:

$$k \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2\left(\alpha_k\right)} = 2 \cdot d \cdot n \cdot \cos\left(\beta_k\right) \tag{8}$$.

k: Número inteiro, ordem de interferência

α_k: Ângulo de interferência à *k*ª ordem de interferência

β_k: Ângulo de refração à *k*ª ordem de interferência

Juntos, eles geram um padrão de interferência que compreende anéis concêntricos. A refração nas superfícies limítrofes da placa de vidro do etalon Fabry-Pérot e negligenciável, pois ela somente desloca o padrão de interferência em paralelo. Por este motivo, o ângulo de refração β é substituído pelo ângulo de incidência α, e a condição de interferência (8) resulta em

$$k \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot n \cdot \cos\left(\alpha_k\right) \approx 2 \cdot d \cdot n \cdot \left(1 - \frac{\alpha_k^{\ 2}}{2}\right) \tag{9}$$,

com o desenvolvimento $\cos(x) \approx (1 - x^2 / 2)$ da função de cosseno.

A lente convexa é usada para reproduzir o padrão de interferência na câmera digital (Fig. 3). A relação a seguir existe entre o ângulo α_k sob o qual o anel de interferência à *k*ª ordem aparece, o raio r_k do anel de interferência à *k*ª ordem e o comprimento focal *f* da lente (Fig. 3):

$$r_k = f \cdot \tan\left(\alpha_k\right) \approx f \cdot \alpha_k \tag{10}$$,

com a aproximação de ângulo pequeno $\tan(x) \approx x$. Para a ordem de interferência *k* e o ângulo α_k, a equação (9) dá

$$k = k_0 \cdot \cos\left(\alpha_k\right) \approx k_0 \cdot \left(1 - \frac{\alpha_k^{\ 2}}{2}\right) \quad \text{com} \quad k_0 = \frac{2 \cdot d \cdot n}{\lambda} \tag{11}$$

e

$$\alpha_k = \sqrt{\frac{2 \cdot \left(k_0 - k\right)}{k_0}} \tag{12}$$.

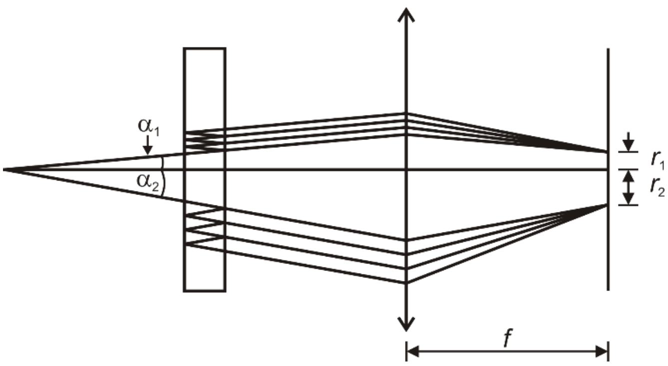

Fig. 3: Reprodução de anéis de interferência de etalon Fabry-Pérot na câmera digital

De acordo com a equação (11), uma vez que $|\cos(\alpha_k)| \leq 1$, a ordem de interferência k é máxima para $\alpha_k = 0$, ou seja, no centro dos anéis de interferência. Neste caso, ela também corresponde ao parâmetro k_0, que, em geral, não é um número inteiro. Uma vez que os anéis de interferência na experiência estão numerados do centro para fora, a ordem de interferência k é indexado com um número inteiro j, que identifica a kª ordem de interferência com o jº anel de interferência contando do centro para fora, por generalização do parâmetro k_0 já introduzido.

De acordo com a equação (12), o primeiro anel de interferência claro com a ordem k_1 aparece sob o ângulo

$$\alpha_{k_1} = \sqrt{\frac{2\cdot(k_0 - k_1)}{k_0}} \tag{13}$$,

onde k_1 é o próximo número inteiro menor que k_0. Uma vez que k_0 não é um número inteiro em geral, a diferença $k_0 - k_1$ é menor que 1. Por este motivo, um parâmetro ε é definido conforme segue:

$$\varepsilon := k_0 - k_1 \text{ com } 0 < \varepsilon < 1 \tag{14}$$

Para todos os anéis de interferência com $j \geq 2$, o número de ordem k_j diminui em 1, então, para a ordem de interferência do jº anel de interferência contando a partir do centro, o seguinte geralmente se aplica:

$$k_j = (k_0 - \varepsilon) - (j-1) \tag{15}$$

Para $j = 1$, a equação (15) corresponde diretamente à definição de ε da equação (14). Substituindo a equação (12) por $k = k_j$ e a equação (15) na equação (10) dá

$$r_j = \sqrt{\frac{2\cdot f^2}{k_0}} \cdot \sqrt{(j-1)+\varepsilon} \tag{16}$$,

Onde, para simplificar a indexação, sem restringir a aplicabilidade geral, a convenção $r_{k_j} \to r_j$ foi estabelecida. Esta convenção será mantida doravante. Da equação (16), conclui-se que a diferença entre os quadrados dos raios dos anéis de interferência adjacentes é constante:

$$r_{j+1}^2 - r_j^2 = \frac{2\cdot f^2}{k_0} = \text{const.} \tag{17}$$

Da equação (16) e (17), conclui-se que:

$$\varepsilon = \frac{r_{j+1}^2}{r_{j+1}^2 - r_j^2} - j \tag{18}$$.

Se os anéis de interferência separados em dois componentes adjacentes muito próximos a e b, cujos comprimentos de onda diferem um do outro apenas levemente, então, de acordo com a equação (14), conclui-se, por exemplo, para o primeiro anel de interferência, contando para fora a partir do centro:

$$\begin{aligned} \varepsilon_a &= k_{0,a} - k_{1,a} = \frac{2\cdot d\cdot n}{\lambda_a} - k_{1,a} \\ \varepsilon_b &= k_{0,b} - k_{1,b} = \frac{2\cdot d\cdot n}{\lambda_b} - k_{1,b} \end{aligned} \tag{19}$$

Uma vez que os dois componentes pertencem à mesma ordem de interferência, desde que os anéis de interferência não se sobreponham por mais do que uma ordem inteira, então $k_{1,a} = k_{1,b}$ e, portanto:

$$\varepsilon_a - \varepsilon_b = k_{0,a} - k_{0,b} = 2\cdot d\cdot n\cdot\left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b}\right) \tag{20}$$.

A equação (20) não depende explicitamente da ordem de interferência. Formulando a equação (18) para os dois componentes a e b e substituindo-a na equação (20), dá:

$$\left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b}\right) = \frac{1}{2\cdot d\cdot n}\cdot\left(\frac{r_{j+1,a}^2}{r_{j+1,a}^2 - r_{j,a}^2} - \frac{r_{j+1,b}^2}{r_{j+1,b}^2 - r_{j,b}^2}\right) \tag{21}$$.

Uma vez que $\lambda a \approx \lambda b$ e, portanto, $k_{0,a} \approx k_{0,b}$, conclui-se a partir da equação (17) que, com $j > 0$, as diferenças entre os quadrados dos raios do componente a ou b para ordens de interferência adjacentes j e j+1 são aproximadamente iguais:

$$\Delta_a^{j+1,j} = r_{j+1,a}^2 - r_{j,a}^2 = r_{j+1,b}^2 - r_{j,b}^2 = \Delta_b^{j+1,j} \tag{22}$$.

Correspondentemente, para dois componentes a e b da mesma ordem de interferência j com $j > 0$:

$$\delta_{a,b}^{j} = r_{j,a}^2 - r_{j,b}^2 = r_{j+1,a}^2 - r_{j+1,b}^2 = \delta_{a,b}^{j+1} \tag{23}$$.

Substituindo as equação (22) e (23) na equação (21) dá:

$$\left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b}\right) = \frac{1}{2\cdot d\cdot n}\cdot\frac{\delta_{a,b}^{j+1}}{\Delta_a^{j+1,j}} \text{ para todo } j > 0 \tag{24}$$

Uma vez que a equação (22) se aplica para os dois componentes a e b de anéis de interferência adjacentes e a equação (23) se aplica para todos os anéis de interferência, os valores médios

$$\delta = \overline{\delta_{a,b}^{j}} \tag{25}$$

e

$$\Delta = \overline{\Delta_a^{j+1,j}} \tag{26}$$

podem ser formados e substituídos na equação (24):

$$\left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b}\right) = \frac{1}{2\cdot d\cdot n}\cdot\frac{\delta}{\Delta} \tag{27}$$.

com

$$\Delta E_{a,b} = h\cdot c\cdot\left(\frac{1}{\lambda_a} - \frac{1}{\lambda_b}\right) = \mu_B \cdot B \tag{28}$$

conclui-se a partir da equação (27) que:

$$\frac{\delta}{\Delta} = \frac{2\cdot d\cdot n\cdot\mu_B}{h\cdot c}\cdot B = m\cdot B \text{ com } m := \frac{2\cdot d\cdot n}{h\cdot c}\cdot\mu_B \tag{29}$$.

O quociente δ / Δ pode ser medido e representado graficamente como função da densidade do fluxo magnético B, e o magnéton de Bohr μ_B pode ser determinado a partir da inclinação m de uma linha de tendência.

LISTA DE EQUIPAMENTOS

1	Lâmpada CD com acessórios @230V	1021366 (U8557780-230)
ou		
1	Lâmpada CD com acessórios @115V	1021747 (U8557780-115)
1	Núcleo D em forma de U	1000979 (U8497215)
2	Espiras D 900 bicos	1012859 (U8497390)
1	Acessórios de eletroímã para efeito Zeeman	1021365 ( )
1	Fonte de Energia DC 1 – 32 V, 0 – 20 A @230V	1012857 (U11827-230)

Em países com tensão de 110 – 120 V, é necessária uma fonte de energia correspondente à fonte de energia 1012857.

1	Conjunto de 15 fios de experiência, 75 cm, 1mm^2	1002840 (U13800)
1	Etalon Fabry-Pérot	1020903 (U8557590)
2	Lentes convexas sobre haste, f = 100 mm	1003023 (U17102)
1	Placa de um quarto de comprimento de onda sobre haste	1021353 (U22023)
1	Anexo de polarização	1021364 (U8557760)
1	Filtro de polarização sobre haste	1008668 (U22017)
1	Banco ótico D, 100 cm	1002628 (U10300)
1	Conjunto de pés para banco ótico D	1012399 (U103041)
1	Base ótica D	1009733 (U10319)
5	Deslizador ótico D 90/36	1012401 (U103161)
1	Suporte e filtro para Moticam	1021367 (U8557790)
1	Câmera digital Moticam 1	1021162 (U13160)

INSTRUÇÕES DE CONFIGURAÇÃO E SEGURANÇA

Antes desta segunda parte da experiência poder ser realizada, os componentes precisam estar instalados e a experiência precisa estar configurada e ajustada conforme descrito no manual de instruções da primeira parte da experiência, observando-se todas as instruções de segurança nele.

PROCEDIMENTO

Calibragem do eletroímã

Para a avaliação descrita aqui, a relação entre a força do campo magnético e a corrente pelas espiras precisa ser conhecida. Por este motivo, a calibragem a seguir precisa ser realizada.

- Remova a lâmpada Cd no invólucro da placa de montagem.
- Posicione um gaussímetro (não incluído no equipamento fornecido) no vão de ar entre as duas peças de pólo (aprox. 10 mm), com o sensor de campo magnético centrado no vão.
- Ligue a fonte de Energia DC e eleve a corrente *I* fornecida às espiras em intervalos (por exemplo, de 1 A). Ajuste a corrente máxima para 5 A por, no máximo, 7 minutos e correntes maiores até 10 A por, no máximo, 10 segundos. Meça e registre o valor da densidade do fluxo magnético *B* para cada intervalo, e represente graficamente os resultados contra os respectivos valores de corrente.

Um exemplo de curva de calibragem é mostrado na figura 5.

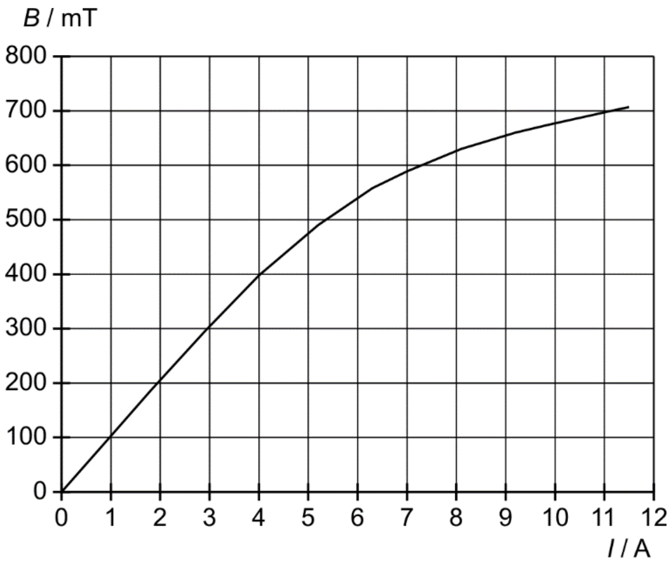

Fig. 5: Curva de calibragem do eletroímã

Medição

- Monte configuração transversal girando o eletroímã conforme descrito na parte 1 do manual de instruções da experiência.
- Reduza a corrente para zero e desligue a fonte de Energia DC.
- Reinstale a lâmpada Cd na placa de montagem.

- Ligue a fonte de Energia DC, eleve a corrente fornecida às espiras para 3 A e capture uma imagem única com o software da câmera.
- Para tanto, clique no botão  no Módulo de Imagem ao Vivo e clique em “Capturar”. Alterne do Módulo de Imagem ao Vivo para a tela principal. A captura registrada aparece grande na tela e também pequena na janela de visualização. Clique em “Arquivo” → “Salvar como” na barra de menu para salvar o arquivo sob um nome descritivo.

- Eleve a corrente, por exemplo, em intervalos de 0,5 A, até 5 A e capture e salve uma imagem única com o software da câmera para cada intervalo.

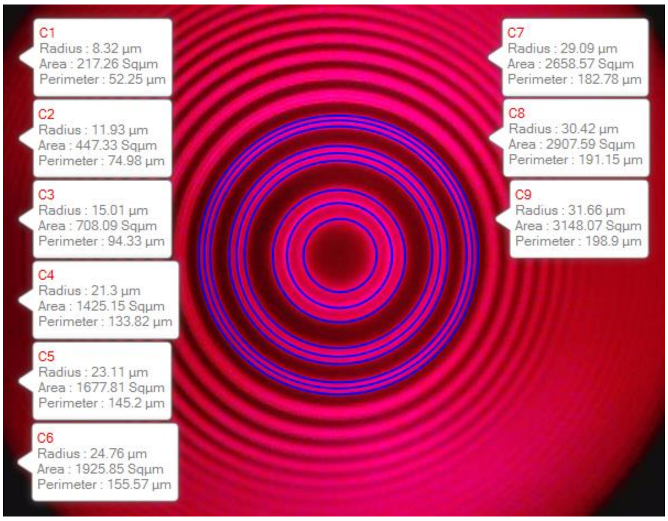

Fig. 4: Separação em trio da linha vermelha de cádmio (I = 3.5 A ≙ B = 340 mT) e uso do software da câmera para determinar as áreas abrangidas pelos anéis de interferência.

Observação
Ao elevar a corrente, assegure-se de que os anéis de interferência não se sobreponham em mais de uma ordem inteira.

EXEMPLO DE MEDIÇÃO E AVALIAÇÃO

- Na tela principal do software da câmera, selecione uma captura da janela de visualização, de forma que apareça em formato grande na tela.
- Na lista de menu à direita, clique em “Medir” e selecione “Círculo”. Clique no centro dos anéis de interferência um após o outro, desenhe círculos e alinhe-os com tantos anéis de interferência quantos possíveis.

A Fig. 4 ilustra a avaliação da captura registrada para I = 3.5 A ≙ B = 340 mT. Para cada círculo desenhado, aparece um campo de texto listando os valores do raio, área e perímetro daquele círculo.

- Registre as áreas de todos os círculos na Tab. 1.

A unidade de área é irrelevante para a análise subsequente, porque somente valores relativos serão computados, não valores absolutos.

- Calcule as áreas diferenciais Δ dos componentes de ordens de interferência adjacentes (círculos C4/C1, C5/C2, C6/C3, C7/C4, C8/C5, C9/C6) e insira-as na Tab. 2.
- Calcule as áreas diferenciais δ dos componentes das mesmas ordens de interferência (círculos C2/C1, C3/C2, C5/C4, C6/C5, C8/C7, C9/C8) e insira-as na Tab. 3.
- Determine as médias respectivas de todas as áreas diferenciais na Tab. 2 e 3 e insira-as nas tabelas.

Tab. 1: Áreas abrangidas pelos anéis de interferência determinadas por médias do software da câmera (I = 3.5 A ≙ B = 340 mT)

J	Componente	Círculo	Área / µm^2
1	σ^-	C1	217
	π	C2	447
	σ^+	C3	708
2	σ^-	C4	1425
	π	C5	1678
	σ^-	C6	1926
3	σ^-	C7	2659
	π	C8	2908
	σ^+	C9	3148

Tab. 2: Áreas diferenciais Δ de componentes correspondentes de ordens adjacentes de interferência (I = 3,5 A ≙ B = 340 mT)

Área diferencial Δ / µm^2	
$\Delta_{C4,C1}$	1208
$\Delta_{C5,C2}$	1231
$\Delta_{C6,C3}$	1218
$\Delta_{C7,C4}$	1234
$\Delta_{C8,C5}$	1230
$\Delta_{C9,C6}$	1222
Média	1224

Tab. 3: Áreas diferenciais δ de componentes adjacentes das mesmas ordens de interferência (I = 3,5 A ≙ B = 340 mT)

Área diferencial δ / µm^2	
$\delta_{C2,C1}$	230
$\delta_{C3,C2}$	261
$\delta_{C5,C4}$	253
$\delta_{C6,C5}$	248
$\delta_{C8,C7}$	249
$\delta_{C9,C8}$	240

Média	247

Tab. 4: Relação δ / Δ de áreas diferenciais para diferentes correntes / e densidades de fluxo magnético *B*

I / A	*B* / mT	δ / Δ
3,0	301	0.168
3,5	340	0.202
4,0	392	0.211
4,5	431	0.241
5,0	473	0.271

- Realize a avaliação descrita acima para todas as capturas registradas nas outras correntes e densidades de fluxo magnético.
- Calcule os quocientes δ / Δ das médias para todas as correntes e densidades de fluxo magnético e insira-os na Tab. 4 (p. ex., δ / Δ = 0.202 for *I* = 3.5 A ≙ B = 340 mT). Tome os valores correspondentes da densidade do fluxo magnético da curva de calibragem do eletroímã estabelecida na primeira parte da experiência.
- Represente graficamente os quocientes δ / Δ como função da densidade de fluxo magnético *B* e desenhe a linha que melhor se adapta através da origem (Fig. 5).
- Use a equação (29) para determinar o magnéton de Bohr a partir da inclinação *m* = 0.56 / T da linha que melhor se adapta:

$$\mu_B = \frac{h \cdot c \cdot m}{2 \cdot d \cdot n} = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34}\,\text{Js} \cdot 3{,}0 \cdot 10^{8}\,\text{m/s} \cdot 0{,}56\,/\,\text{T}}{2 \cdot 4\,\text{mm} \cdot 1{,}4567} = 9{,}6 \cdot 10^{-24}\,\frac{\text{J}}{\text{T}} \quad (30)$$

O valor fica dentro da margem de 3% do valor teórico $9.3 \cdot 10^{-24}$ J/T.

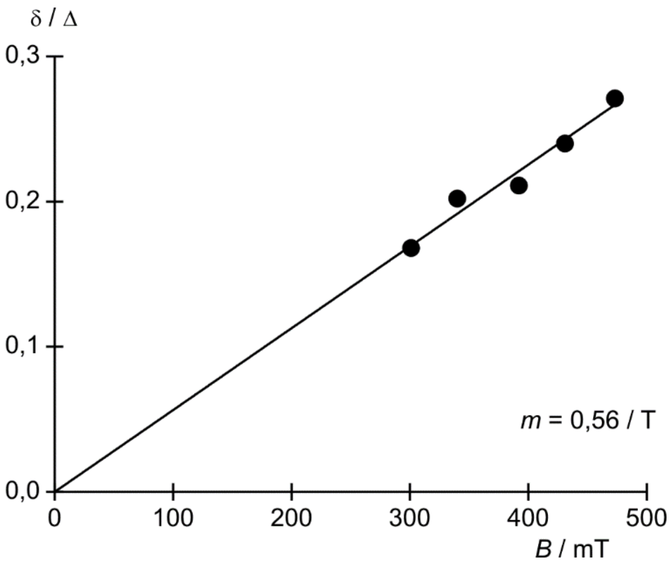

Fig. 5: Quociente δ / Δ como função da densidade do fluxo magnético *B*